

1^{ère} Année Master machines électriques (promotion 2021/2022)

Matière : *Champ magnétique dans les machines électriques*

Corrigé type d'examen

Durée : 1 heure

Exercice n°1 (05 Pts) :

On veut calculer le champ magnétique dans une machine électrique tournante parcourue par un courant non nul, (pas de variations dans le temps).

1) Le modèle adéquat est le modèle magnétostatique vectoriel

2) Les équations de ce modèle :

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H} = \vec{J} \\ \text{div } \vec{B} = 0 \\ \vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \end{cases}$$

Pour que le modèle soit totalement défini, il faut fixer la valeur de sa divergence. On ajoute la condition : $\text{div } \vec{A} = 0$

L'équation globale de ce modèle est : $\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot } \vec{A} \right) = \vec{J} + \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \vec{B}_r \right)$

Exercice n°2 (05 Pts) :

Cocher la case convenable

	Vrai	Faux
Le postprocesseur d'un logiciel de calcul par la méthode des éléments finis est destiné à dessiner la géométrie de la machine.		×
Dans la méthode des éléments finis, le maillage doit être plus fin dans la zone de la culasse statorique.		×
La conservation de l'induction magnétique signifie que la divergence de ce dernier est nulle.	×	
Le flux électrique est un vecteur.		×
Le gradient est une opération scalaire qui s'applique au champ des scalaires dont le résultat est un vecteur.	×	

Exercice n°3 (10 Pts) :

Soit le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \text{grad} V = \vec{J}_{ext} \\ \text{div}(\varepsilon \text{grad} V) + \text{div}(\varepsilon \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) + \rho = 0 \end{cases}$$

1) Le nom et l'utilité de ce système d'équations : (03 pts)

Ce système représente le modèle magnétodynamique d'une machine électrique, ce modèle est utile pour calculer l'induction magnétique dans la machine.

2) Le nom de chaque coefficient de ces équations : (02 pts)

μ : la perméabilité magnétique

V : la tension d'alimentation

σ : la conductivité électrique

\vec{J}_{ext} : la densité du courant électrique

ε : la permittivité électrique

ρ : la charge volumique

\vec{A} : le potentiel vecteur magnétique

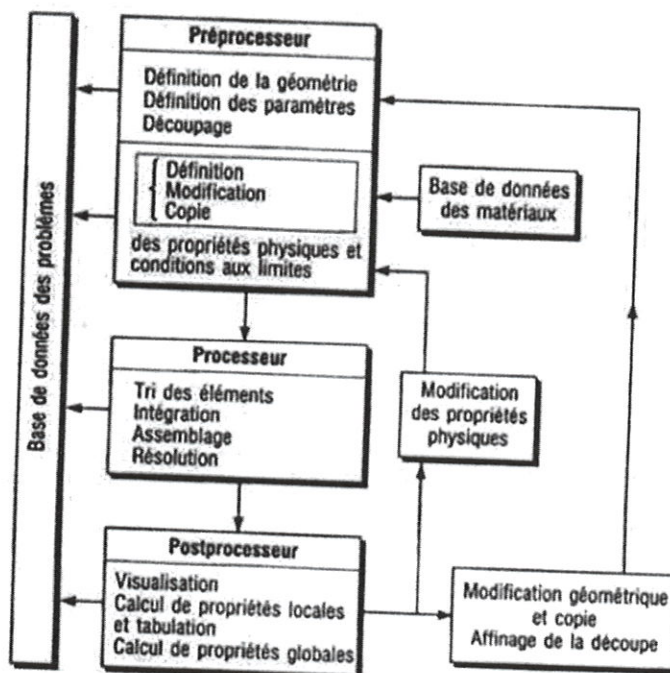
t : le temps

3) Les difficultés rencontrées lors de l'application de ce modèle sont : (02 pts)

- La durée du temps de calcul est très longue;
- La nécessité d'un outil informatique très puissant.

4) (03 pts)

On utilise le logiciel de calcul par la méthode des éléments finis



L'organisation du logiciel de calcul

(Corrigé type)

Examen du S2

Exercice 01 : (12 pts)

1. Déterminer les transformées en z des fonctions suivantes:

a) $f(kT_e) = \frac{1}{2} - e^{-b k T_e}$

$$F(z) = \frac{1}{2} \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-b T_e}} = z \left(\frac{z - e^{-b T_e} - 2z + 2}{2(z-1)(z - e^{-b T_e})} \right) = \frac{z(2 - z - e^{-b T_e})}{2(z-1)(z - e^{-b T_e})}$$

(03)

b) $F(p) = \frac{3}{p(p+5)^2} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+5} + \frac{C}{(p+5)^2}$

$$pF(p)|_{p=0} = A = \frac{3}{25} \quad \Rightarrow F(z) = \frac{3}{25} \frac{z}{z-1} - \frac{3}{25} \frac{z}{z - e^{-5T_e}} - \frac{3 T_e z \cdot e^{-5T_e}}{5(z - e^{-5T_e})^2}$$

$(p+5)^2 F(p)|_{p=-5} = C = -\frac{3}{5}$

$(p+5)F(p)|_{p \rightarrow +\infty} = A+B=0$

$\Rightarrow B = -A = -\frac{3}{25}$

$\Rightarrow F(p) = \frac{3}{25} \cdot \frac{1}{p} - \frac{3}{25} \cdot \frac{1}{p+5} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{(p+5)^2}$

(03)

2. Déterminer la transformée en z de la fonction suivante par deux méthodes différentes:

M1) $F(p) = \frac{4}{p(p+3)}$

$$F(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+3}$$

$$pF(p)|_{p=0} = A = \frac{4}{3} ; (p+3)F(p)|_{p=-3} = B = -\frac{4}{3}$$

$$F(p) = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+3} \right)$$

$$\Rightarrow F(z) = \frac{4}{3} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-3T_e}} \right)$$

$$F(z) = \frac{4z}{3} \frac{(1 - e^{-3T_e})}{(z-1)(z - e^{-3T_e})}$$

M2) En appliquant le théorème de résidus
 à pôles simples:

$$F(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{4}{p(p+3)}$$

où : les pôles sont : 0 et -3

et : $N(p) = 4, D(p) = p(p+3) = p^2 + 3p$

$\Rightarrow D'(p) = 2p + 3$

Donc :
$$F(z) = \frac{N(0)}{D'(0)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-0} z^{-1}} + \frac{N(-3)}{D'(-3)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-3T_e} z^{-1}}$$

$$F(z) = \frac{4}{3} \cdot \frac{z}{z-1} - \frac{4}{3} \cdot \frac{z}{z - e^{-3T_e}}$$

$$F(z) = \frac{4}{3} z \left(\frac{1 - e^{-3T_e}}{(z-1)(z - e^{-3T_e})} \right)$$

(03)

Exercice 02 : (03 pts)

On considère un système échantillonné régi par la relation de récurrence suivante :

$$s_k = 0.1e_{k-1} - 0.2s_{k-2} + 0.3s_{k-1}$$

1. Déterminer la transformée en z de ce système.

$$S(z) = 0.1z^{-1}E(z) - 0.2z^{-2}S(z) + 0.3z^{-1}S(z)$$

2. Déterminer la fonction de transfert en z de ce système.

De la question (1), on a :

$$G(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = \frac{0.1z^{-1}}{0.2z^{-2} - 0.3z^{-1} + 1} = \frac{0.1z}{z^2 - 0.3z + 0.2}$$

3. Déterminer la valeur finale de l'échantillon de sortie lorsque le signal d'entrée est un échelon unité.

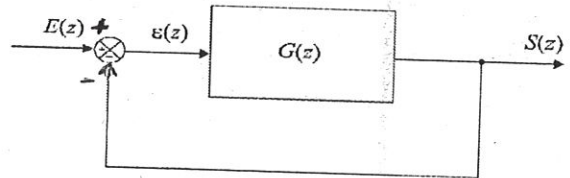
$$\lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \cdot G(z) \cdot E(z) \right) = \lim_{z \rightarrow 1} \left(\frac{z-1}{z} \cdot \frac{0.1z}{z^2 - 0.3z + 0.2} \cdot \frac{z}{z-1} \right) = \frac{0.1}{0.9} = 0.11$$

où $E(z)$: échelon unité $\left(\frac{z}{z-1} \right)$.

Exercice 03 : (05 pts)

On considère un système échantillonné de fonction de transfert $G(z)$ placé dans une boucle d'asservissement à retour unitaire (figure ci-contre), avec :

$$G(z) = \frac{2K}{z^2 - 3z + 0.2}, K > 0$$



- 1) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

$$1 + G(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)} = \frac{2K}{z^2 - 3z + 0.2 + 2K}$$

- 2) Donner la condition de stabilité de ce système en boucle fermée en utilisant le critère de Routh, (où :

$$z = \frac{1+w}{1-w})$$

$$\Delta(z) = z^2 - 3z + 0.2 + 2K = 0$$

$$z = \frac{1+w}{1-w} \Rightarrow$$

$$\Delta(w) = z \left(\frac{1+w}{1-w} \right)^2 - 3 \left(\frac{1+w}{1-w} \right) + 0.2 + 2K = 0$$

$$(2K + 4.2)w^2 + (1.6 - 4K)w + 2K - 1.8 = 0$$

Tableau de Routh :

w^2	$2K + 4.2$	$2K - 1.8$
w^1	$1.6 - 4K$	0
w^0	$2K - 1.8$	

Le système est stable si :

$$\begin{cases} 1.6 - 4K > 0 \\ 2K - 1.8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K < 0.4 \\ K > 0.9 \end{cases}$$

Donc : le système est instable quelque soit la valeur de K .

le 1/6/2022 corrigé type "MME"

1 MME

Exercice 1.

I. (5pts)

Voir le cours

II. (5pts)

Voir le cours

Exercice 2.

1. Les flux s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{1r} \\ M_{21} & L_2 & M_{2r} \\ M_{r1} & M_{r2} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ I_r \end{bmatrix} \quad (1pt)$$

2. La matrice de couplage s'écrit :

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & M \cos \theta \\ 0 & L_2 & M \sin \theta \\ M \cos \theta & M \sin \theta & L_r \end{bmatrix} \quad (1pt)$$

3. Le couple instantané est donné par :

$$C = \frac{1}{2} [i_{s1} \ i_{s2} \ I_r] \left[\frac{d}{dt} L(\theta) \right] \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ I_r \end{bmatrix} \quad (1pt)$$

$$C = \frac{1}{2} [i_{s1} \ i_{s2} \ I_r] \begin{bmatrix} 0 & 0 & -M \sin \theta \\ 0 & 0 & M \cos \theta \\ -M \sin \theta & M \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ I_r \end{bmatrix} \quad (1pt)$$

$$C = M I_r [-i_{s1} \sin \theta + i_{s2} \cos \theta] \quad (1pt)$$

On a :

$$\Omega = \frac{d\theta}{dt}$$

En utilisant les expressions de courants et en écrivant que $\theta = \Omega t + \theta_0$, le couple s'écrit :

$$C = M I_r I_s \sqrt{2} [-\cos \omega t \sin \theta + \sin \omega t \cos \theta] \quad (1 \text{ pt})$$

$$C = M I_r I_s \sqrt{2} \left[\frac{-\sin(\omega t + \theta) + \sin(\omega t - \theta)}{2} + \frac{\sin(\omega t + \theta) + \sin(\omega t - \theta)}{2} \right] \quad (1 \text{ pt})$$

$$C = M I_r I_s \sqrt{2} \sin(\omega t - \theta)$$

$$C = M I_r I_s \sqrt{2} \sin[(\omega - \Omega)t - \theta_0] \quad (1 \text{ pt})$$

Au démarrage $\Omega = 0$, le couple s'écrit :

$$C = M I_r I_s \sqrt{2} \sin(\omega t - \theta_0) \quad (1 \text{ pt})$$

et sa valeur moyenne est donc nulle. (1 pt)

Partie 1 :

Solution de la question 1 : 1 point

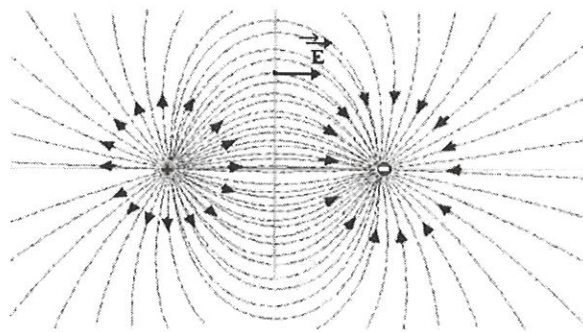
- ☐ A : Vrai
☒ B : Faux

Un matériau parfaitement doux (c'est-à-dire $B = 0$ lorsque $H = 0$) n'existe pas : il existe toujours un cycle d'hystérésis, aussi "mince" soit-il.

Solution de la question 2 : 1 point

Les lignes de champ électrostatique :

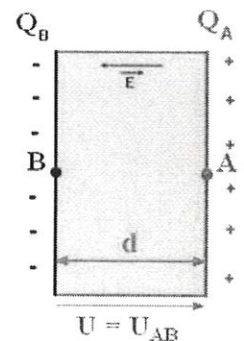
- ☒ A : sont toujours orientées de la charge positive vers la charge négative
☐ B : sont toujours orientées de la charge négative vers la charge positive
☐ C : ne sont pas orientées



Solution de la question 3 : 2 points

Le champ créé par un condensateur plan :

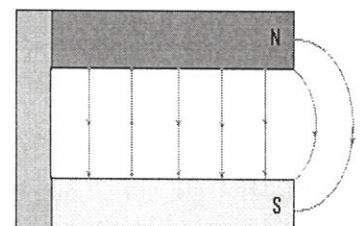
- ☒ A : est uniforme entre les armatures
☒ B : a des lignes de champ orientées de l'armature positive vers l'armature négative
☐ C : a des lignes de champ orientées de l'armature négative vers l'armature positive



Solution de la question 4 : 1 points

Dans l'entrefer d'un aimant en U, le champ magnétique \vec{B} est uniforme :

- ☐ A : La valeur du champ magnétique \vec{B} dépend du point
☐ B : Le champ magnétique \vec{B} est perpendiculaire aux lignes de champ
☒ C : Le champ magnétique \vec{B} est identique dans tout l'espace de l'entrefer



Solution de la question 5 : 2 points

- ☐ A : Vrai
☒ B : Faux

Le flux qui traverse la spire est donné par $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$. Le vecteur \vec{S} est ici dirigé suivant z, la spire étant placée parallèlement au plan xy. Le vecteur \vec{S} s'écrit donc : $\vec{S} = 5 \times 10^{-4} \vec{k} \text{ m}^2$. On a alors :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = (40 \vec{i} - 18 \vec{k}) 10^{-4} \cdot (5,0) \times 10^{-4} \vec{k} = - 900 \text{ nWb. (Remarquez bien le signe « moins »)}$$