

في امتحان الفيزياء الذرية والإشعاعات الإشعاعية الخيار الثالث

حل المسارين الأول

ذرة الهيليوم : $1s \uparrow \downarrow$ ر $1s > 1- >$ ر $1s > 1+ >$

(1) معادلة هارترلي :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{2e^2}{r} + V_k(\vec{r}) \right] \psi_k(\vec{r}) = \epsilon_k \psi_k(\vec{r})$$

∇^2 : طاقة الحركة
 $\frac{2e^2}{r}$: الكون الخارجي
 $V_k(\vec{r})$: كيون هارترلي

602

$$V_k(\vec{r}) = \sum_{j \neq k} \int d\vec{r}' \frac{e^2 |\psi_j(\vec{r}')|^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

محدد سلاتر

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} |\psi_{1s} > 1+ >^{(1)} \\ |\psi_{1s} > 1+ >^{(2)} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} |\psi_{1s} > 1- >^{(1)} \\ |\psi_{1s} > 1- >^{(2)} \end{vmatrix}$$

ن1

(3) معادلة هارترلي - فوك

$$\hat{H}_{HF} |\psi_\beta\rangle = \epsilon_\beta |\psi_\beta\rangle$$

$$\hat{H}_{HF} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{V} + \hat{J} - \hat{K}$$

$\frac{\hat{p}^2}{2m}$: طاقة الحركة
 \hat{V} : الكون الخارجي
 \hat{J} : كيون هارترلي (المباشر)
 \hat{K} : كيون فوك (البادل)

$$\hat{J} = \sum_{i=1}^N \langle \psi_i | \hat{W} | \psi_i \rangle$$

$$= \hat{J}_{1s+} + \hat{J}_{1s-}$$

$$\hat{J}_{1s+} = \int d\vec{r}' \frac{e^2 |\psi_{1s}(\vec{r}')|^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \hat{J}_{1s-} = \hat{J}_{1s}$$

602

$$\hat{K}|\psi_\beta\rangle = \sum_{i=1}^N |\psi_i\rangle \langle \psi_i | \hat{W} | \psi_\beta \rangle$$

$$\begin{aligned} \hat{K}|\psi_{1s}\rangle|+\rangle &= \sum_{i=1}^N |\psi_i\rangle \langle \psi_i | \hat{W} | \psi_{1s}\rangle|+\rangle \\ &= |\psi_{1s}\rangle|+\rangle \langle \psi_{1s} | \hat{W} | \psi_{1s}\rangle \\ &= \hat{J}_{1s} |\psi_{1s}\rangle|+\rangle \end{aligned}$$

كذلك

$$\hat{K}|\psi_{1s}\rangle|-\rangle = J_{1s} |\psi_{1s}\rangle|-\rangle$$

$$\psi_{1s}(\vec{r}) = \langle \vec{r} | 1s \rangle$$

$$E_{1s} \psi_{1s}(\vec{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{2e^2}{r} + \underbrace{2J_{1s} - J_{1s}}_{\hat{J}_{1s}} \right) \psi_{1s}(\vec{r})$$

(٥٨)

وضي فيها معادلة هارتري

حد التكرار الثاني

. إن المركبة v_x للسرعة الذرة هي فقط من تساهم في فعل دوبلر .
نفترض أن $v_x \ll c$ السرعة غير نسبية

. نفترض أن الطول الموجي λ_0 (أو التواتر ν_0) للصور المنبعث عن الذرة عند السكون و الطول الموجي λ (أو التواتر ν) للصور المنبعث عن الذرة في حالة الحركة بسرعة v_x علن

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \approx -\frac{v_x}{c} \quad , \quad \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} \approx +\frac{v_x}{c}$$

أو

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{v_x}{c}\right) \quad \text{.. (1)}$$

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right) \quad \text{.. (2)}$$

. إن توزيع السرعات v_x للذرات يخضع لتوزيع ماكسويل-بولتزمان وبالتالي شدة الإشعاع تكتب على النحو التالي:

$$I \propto e^{-\frac{1}{2} m v_x^2 / k_B T}$$

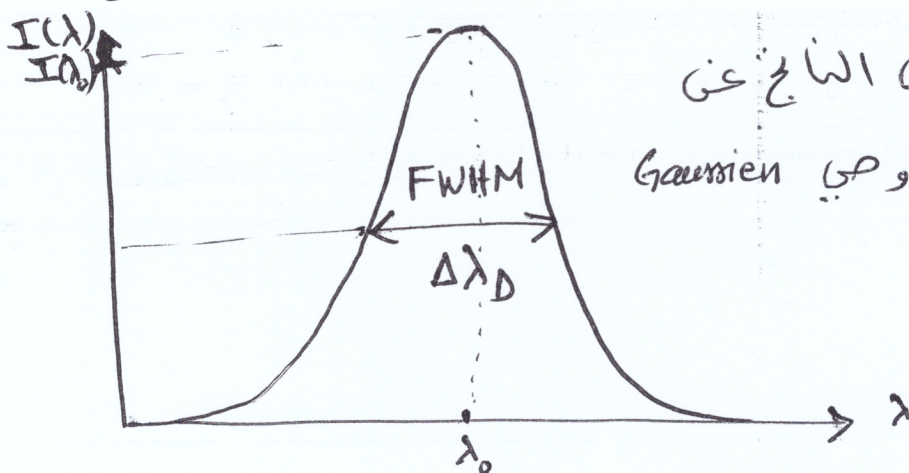
ثم نعوض v_x من خلال العبارة (1) أو العبارة (2). نجد :

$$I(\lambda) = I(\lambda_0) e^{-\frac{1}{2} m c^2 (\lambda - \lambda_0)^2 / \lambda_0^2 k_B T}$$

أو

$$I(\nu) = I(\nu_0) e^{-\frac{1}{2} m c^2 (\nu - \nu_0)^2 / \nu_0^2 k_B T}$$

. حسب عرض الخط (العرض الكامل عند نصف الارتفاع FWHM)



وتمثل التعريف الناتج عن دوبلر هو غاوسي Gaussian

$$\text{FWHM} \Rightarrow I(\lambda) = \frac{1}{2} I(\lambda_0)$$

و،

$$I(\lambda_0) e^{-\frac{1}{2} m c^2 (\lambda - \lambda_0)^2 / \lambda_0^2 k_B T} = \frac{1}{2} I(\lambda_0)$$

$$-\frac{1}{2} m c^2 (\lambda - \lambda_0)^2 / \lambda_0^2 k_B T = -\ln 2$$

$$m c^2 (\lambda - \lambda_0)^2 = (2 \ln 2) \lambda_0^2 k_B T$$

$$\lambda - \lambda_0 = \pm \sqrt{\frac{k_B T}{m c^2} \lambda_0^2 (2 \ln 2)}$$

$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = \lambda_0 \pm \lambda_0 \sqrt{\frac{k_B T}{m c^2} (2 \ln 2)}$$

$$\Rightarrow \Delta \lambda_D = \lambda_0 \sqrt{\frac{k_B T}{m c^2} (8 \ln 2)}$$

$$= (7.16 \times 10^{-7}) \lambda_0 \left(\frac{T}{m} \right)^{1/2}$$

أ،

$$\Delta \nu_D = \nu_0 \sqrt{\frac{k_B T}{m c^2} (8 \ln 2)}$$

$$= (7.16 \times 10^{-7}) \nu_0 \left(\frac{T}{m} \right)^{1/2}$$

حيث T بالكلفن و m هي الكتلة الذرية بـ amu .

2. حساب عرض الخط الناتج عن تحريض دوبلر

$$\Delta\lambda_1 = 7.16 \times 10^{-7} \times 670.961 \left(\frac{300}{7} \right)^{1/2} = 0.029412 \text{ nm} \quad (2\text{ن})$$

$$\Delta\lambda_2 = 7.16 \times 10^{-7} \times 670.976 \left(\frac{300}{7} \right)^{1/2} = 0.03145 \text{ nm} \quad (2\text{ن})$$

عنان البعد بين الموقعين هو

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 0.015 \text{ nm} \quad (1\text{ن})$$

$$\Delta\lambda_1 > \Delta\lambda \quad , \quad \Delta\lambda_2 > \Delta\lambda \quad \text{أي}$$

أي لا يمكن التمييز بين هذين الخطين عند درجة حرارة
الغرفة. (61)